# 螺旋波的斑图动力学

## 引言:

在很多非线性体系的斑图花纹中螺旋波的研究一直是最为非线性科学家关注的课题之一。原因 在于螺旋波是系统远离平衡态时由于系统自组织形成的一类特殊斑图,它广泛的存在于大量自然系统中,例如:在心肌、铂表面的 CO 氧化以及化学反应等系统中都能观测到螺旋波的存在。最近的实验表明螺旋波的动力学行为可能存在跨系统的普适规律螺旋波引起人们重视的。另外一个重要原因是组成螺旋波的动力学中心是一个时空拓扑缺陷,呈现丰富的动力学特性,这也一直是非线性科学的研究课题。但迄今为止还没有真正找到解决此类间题的有效办法。目前研究这类现象的主要途径还是依靠物理实验及计算机数值模拟的方法。本实验,首先观察 BZ 振荡反应中的各种斑图,然后利用计算机模拟螺旋波探讨螺旋波的动力学。

## 实验目的:

- 1) 了解非线性系统内形成的各类斑图
- 2) 观察 BZ 振荡反应中产生的各类斑图,了解 BZ 振荡反应的基本原理
- 3) 利用计算机模拟模拟螺旋波
- 4) 初步理解耗散结构系统远离平衡的非线性动力学机制

### 实验原理:

### 1) BZ 反应实验原理

BZ振荡反应是由别诺索夫(Belousov)和柴波廷斯基(Zhabotinsky)发现和研究的一种自催化反应,这类反应体系中某些物质的浓度随时间(或空间)发生周期性的变化,BZ振荡反应由三个主过程组成:

(2)  $Br^-+HBrO_2+H^+\rightarrow 2HBrO$ 

过程
$$B$$
 (3)  $HBrO_2+BrO_3^-+H^+\rightarrow 2BrO_2+H_2O$ 

(4) 
$$BrO_2+Ce^{3+}+H^+\rightarrow HBrO_2+Ce^{4+}$$

(5) 
$$2HBrO_2 \rightarrow BrO_3 + H + HBrO$$

过程*C* (6) **4Ce**<sup>4+</sup>+**BrCH(COOH)**<sub>2</sub>+**H**<sub>2</sub>**O**+**HBrO 2Br**<sup>-</sup>+**4Ce**<sup>3+</sup>+**3CO**<sub>2</sub>+**6H**<sup>+</sup> 过程*A*是消耗Br,产生能进一步反应的HBrO<sub>2</sub>,HBrO为中间产物。

过程B是一个自催化过程,在Br<sup>-</sup>消耗到一定程度后,H $BrO_2$ 才按式(3)、(4)进行反应,并使反应不断加速,同时, $Ce^{3+}$ 被氧化为 $Ce^{4+}$ 。H $BrO_2$ 的累积还受到式(5)的制约。

过程C为丙二酸溴化为 $BrCH(COOH)_2$ 与 $Ce^{4+}$ 反应生成Br-使 $Ce^{4+}$ 还原为 $Ce^{3+}$ 。

过程C对化学振荡非常重要,如果只有A 和B,就是一般的自催化反应,进行一次就完成了,正是C的存在,以丙二酸的消耗为代价,重新得到Br-和 $Ce^{3+}$ ,反应得以再启动,形成周期性的振荡。

该体系的总反应为

## 2) 螺旋波的计算机数值模拟原理

螺旋波在反应扩散系统中按其形式可分为两类可激体系中的螺旋波与振荡体系中的螺旋波。前者的特点是体系除中心外每个空间点都随时间作弛豫振荡,后者作正弦振荡。这两种形式的螺旋波都能够在BZ反应中观察到。

可激系统可以采用双变量的 FHN 模型构成二维格点网络来模拟介质系统:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon^{-1} u (1 - u) \left( u - \frac{u + b}{a} \right) + D \nabla^2 u + U_{filed} \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = f(u) - v \tag{2}$$

$$f(u) = \begin{cases} 0 & 0 \le 1/3; \\ 1 - 6.75u(u - 1)^2 & 1/3 \le u < 1; \\ 1 & u < 1. \end{cases}$$

其中: u 和 v 分别表示反应物的浓度。 $U_{filed}$ 表示外界势场。这里我们仅考虑二维情况,即:  $\Delta^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ ,系统参数 a=0. 6; b=0. 07,参数 $\varepsilon$ 的变化对应不同的系统行为,在这里取 $\varepsilon$ =0.03。在适当的初始值条件下系统(1)可以出现稳定的螺旋波。在模拟中选取系统尺寸为 256\*256 个格点,初始值为: u(122:124, 2:129)=0. 9。

# 实验步骤:

# 1) 观察 BZ 振荡反应

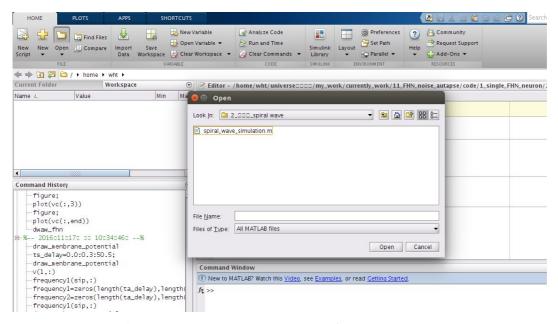
- 1.1 按照以下顺序和体积量取对应溶液倒入烧杯中混合: he bead system based system is constructed using the following catalyst-free recipe
  - A. 2ml of 1 M NaBr
  - B. 4 ml of 1 M malonic acid
  - C. 12 ml 3 M H2SO4
  - D. 11 ml of distilled water
  - E. 21 ml of 2 M NaBrO3
- 注: 混合液体前确定你已经将量筒清洗!
- 1.2 将烧杯中混合也倒入到培养皿中,轻微震动培养皿后,观察混合液表面斑图变化(例如图一)。



图一 BZ 振荡反应

# 2) 模拟螺旋波

2.1 打开 Matlab 软件, 在 matlab 软件中打开 spiral\_wave\_simulation.m 程序



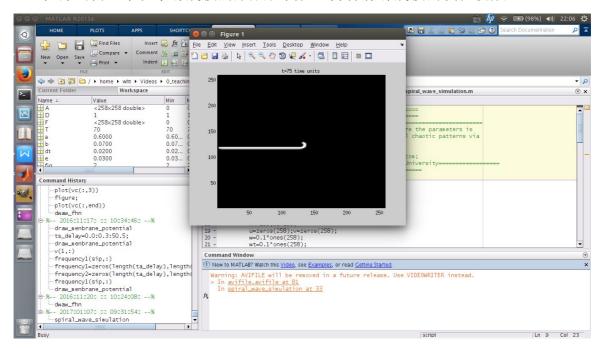
2.2 对照注释研究 spiral\_wave\_simulation.m 程序含义

见链接: https://pan.baidu.com/s/1c1AZKRY 密码: v6kf

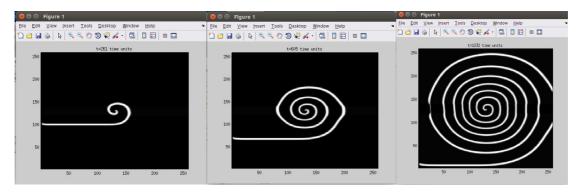
2.3 在 matlab 中运行 spiral\_wave\_simulation.m 程序

单击 run(运行)。 按钮,执行螺旋波模拟程序

2.4 在弹出窗口中观察螺旋波的形成和演化,并保存螺旋波的演化视频。



图二 螺旋波的模拟程序运行示意图



图三 螺旋波虽时间的演化模拟

# 思考题

- 1) 尝试举例生活中所看到的斑图现象?
- 2) 在 BZ 振荡反应中观察到了几种斑图?
- 3)尝试调节螺旋波模拟程序中的参数a,b或c,说说螺旋波的形状发生了那些变化?